

# Лекции по матлогу

Зайцев Вадим

2010-04-27

## 0.0.1 Определение

$A \subseteq \mathbb{N}^k$

$$X_A^*(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} 1, & \langle x_1 \dots x_n \rangle \in A \\ \text{hz} & \end{cases}$$

## 0.0.2 Теорема

Пусть  $A \subseteq \mathbb{N}^k$

$A$  - РПМ  $\Leftrightarrow X_A^*$  - ЧРФ.

*Доказательство.*

$$\Rightarrow) A \text{ - РПМ} \Rightarrow \exists f \text{ - ЧРФ: } A = \delta f \\ \lambda_A^*(x_1 \dots x_n) = S(O(f(x_1 \dots x_n)))$$

$$\Leftarrow) X_A^* \text{ - ЧРФ} \Rightarrow A = \delta X_A^* \Rightarrow A \text{ - РПМ.}$$

□

## 0.0.3 Определение

$f : \mathbb{N}^k \rightarrow \mathbb{N}$

$G_f \Leftarrow \{ \langle x_1 \dots x_n \rangle \mid f(x_1 \dots x_n) = y \}$  - график ф-ии  $f$ .

## 0.0.4 Теорема о графике

$f$  - ЧРФ  $\Leftrightarrow G_f$  - РПМ.

*Доказательство.*

$$\Rightarrow) f(x_1 \dots x_k) \text{ - ЧРФ} \\ X_{G_f}^*(x_1 \dots x_k, z) = \overline{\text{sg}}(|f(x_1 \dots x_k) - z|) \text{ - ЧРФ}$$

$$\Leftarrow) G_f \text{ - РПМ} \Rightarrow B \text{ - РМ, } G_f = \{ \langle \bar{x}, y \rangle \mid \exists z \langle \bar{x}, y, z \rangle \in B \} \\ X_B \text{ - ОРФ. } f(\bar{x}) = l(\underbrace{\mu t [\overline{\text{sg}}(X_b(\bar{x}, l(t), r(t))) = 0]}_{(*)})$$

1.  $f(\bar{x}) = y$

$$\langle \bar{x}, y \rangle \in G_f \Rightarrow \exists z : \langle \bar{x}, y, z \rangle \in B \Rightarrow \exists t : t = c(y, z) \quad \langle \bar{x}, l(t), r(t) \rangle \in B.$$

$$\Rightarrow \overline{\text{sg}}(X_B^*(\bar{x}, l(t), r(t))) = 0$$

$$l(\mu t[*]) = l(t) = y = f(\bar{x})$$

2.  $f(\bar{x})$ - не определено

$$\forall y : \langle \bar{x}, y \rangle \notin G_f \Rightarrow \forall y, \forall z : \langle \bar{x}, y, z \rangle \notin B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \forall t : t = c(y, z) \quad \langle \bar{x}, l(t), r(t) \rangle \notin B$$

$$\Rightarrow l(\mu t[*]) \text{ - не определена.}$$

□

